

Câu 1: [2D1-2] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^2$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 - x^2 + x$.

Câu 2: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy

- A. $\begin{cases} x = 3 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 + 9t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 3: [2D4-1] Tìm các căn bậc hai của -12 trong tập số phức $\mathbb{C}$.

- A. $\pm 4\sqrt{3}i$. B. $\pm 2\sqrt{3}i$. C. $\pm 2\sqrt{2}i$. D. $\pm 3\sqrt{2}i$.

Câu 4: [2D3-2] Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây đúng

- A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$. B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. D. $I = \int u^5 du$.

Câu 5: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$; $w = (1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó

- A. $R=3$. B. $R=2$. C. $R=4$. D. $R=5$.

Câu 6: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2x+3}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. $y = -\frac{3}{2}$. B. $y = \frac{2}{3}$. C. $y = \frac{3}{2}$. D. $y = -\frac{3}{2}$.

Câu 7: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - y + z - 1 = 0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

- A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $I(-1; 1; 0), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 8: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

- A. $-2x + 4y + z - 12 = 0$. B. $2x - 4y - z - 12 = 0$.
C. $2x - 4y - z + 10 = 0$. D. $-2x + 4y + z + 11 = 0$.

Câu 9: [2D3-2] Cho $\int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = 0, m = 4$.

Câu 10: [2D2-2] Cho $\log_{ab} a = 4$. Tính $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$.

- A. $\frac{17}{6}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{15}{2}$. D. $\frac{13}{3}$.

Câu 11: [2D2-2] Cho $\log_3(\log_2 a) = 0$. Tính a .

- A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. C. 2. D. 3.

Câu 12: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 5$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1; 5)$.

Câu 13: [2H2-2] Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T) .

- A. $4\pi R^2$. B. πR^2 . C. $2\pi R^2$. D. $\frac{4\pi R^2}{3}$.

Câu 14: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 3x + y - 3 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 3 = 0$

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 15: [2H1-1] Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$.

- A. 12. B. 20. C. 10. D. 60.

Câu 16: [2D2-1] Cho $a^{2b} = 5$. Tính $2.a^{6b}$.

- A. 120. B. 250. C. 15. D. 125.

Câu 17: [2H1-2] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) , $(A'BC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

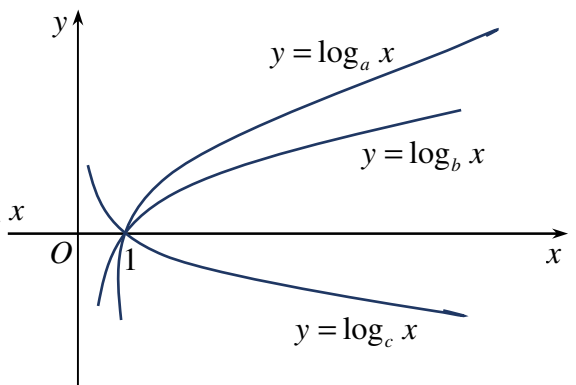
- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 18: [2D3-2] Tính tích phân $\int_1^e (x+1) \ln x dx$

- A. $\frac{e^2 + 5}{4}$. B. $\frac{e^2 - 5}{2}$.
C. $\frac{e^2 + 5}{2}$. D. $\frac{e^2 - 5}{4}$.

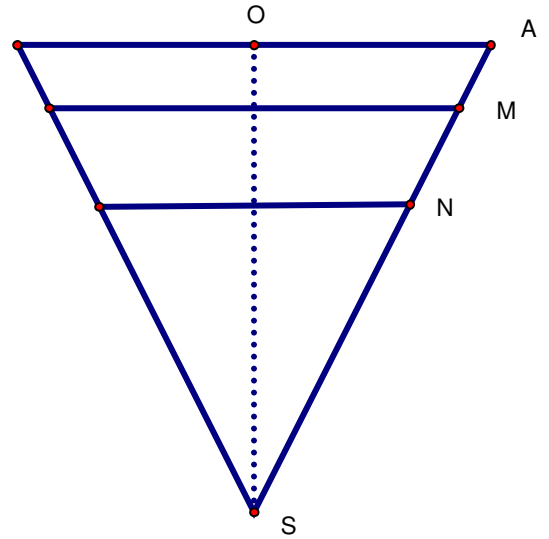
Câu 19: [2D2-2] Từ các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đã cho ở hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < b < 1 < c$. B. $0 < c < 1 < a < b$.
C. $0 < c < a < 1 < b$. D. $0 < c < 1 < b < a$.



- Câu 20:** [2D4-1] Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Tìm số phức liên hợp với số phức $z_1 z_2$.
- A. $-14 - 5i$. B. $-10 - 5i$. C. $-10 + 5i$. D. $14 - 5i$.
- Câu 21:** [2D2-2] Giải bất phương trình $\log_3(2x - 3) > 2$
- A. $x > \frac{3}{2}$. B. $x > 6$. C. $3 < x < 6$. D. $\frac{3}{2} < x < 6$.
- Câu 22:** [2D2-3] Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{2\log_x \sqrt{x} - 1}$
- A. 9. B. 6. C. 8. D. 3.
- Câu 23:** [2D3-1] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$
- A. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C$. B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C$.
C. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C$. D. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C$.
- Câu 24:** [2D2-3] Phương trình $\log_5(x + 10) = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \frac{1}{5}$ có nghiệm $x = a$. Khi đó đường thẳng $y = ax + 1$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?
- A. $(4; -1)$. B. $(2; 3)$. C. $(-1; -14)$. D. $(-3; 5)$.
- Câu 25:** [2D4-4] Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 2|z|$ và $\max|z - 1 + 2i| = a + b\sqrt{2}$. Tính $a + b$.
- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 26:** [2D3-2] Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 5x \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. B. 0. C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 27:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A và B . Tính độ dài đoạn AB ?
- A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{29}$. D. $\frac{2\sqrt{17}}{17}$.
- Câu 28:** [2D2-1] Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{2e}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.
- Câu 29:** [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$.
- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.
- Câu 30:** [2H1-3] Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 31: [2H2-4] Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA = 27$ mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S . Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN . (Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước).

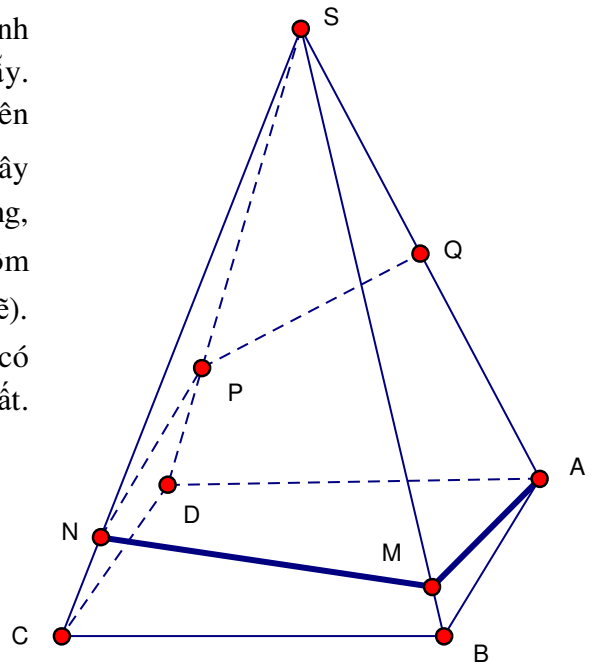


- A. $27(\sqrt[3]{2}-1)m$. B. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{4}-1)m$. C. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2}-1)m$. D. $9\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{2}-1)m$.

Câu 32: [2D2-3] Cho $\log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13}(a+b+c)$. Hỏi $\log_{abc} 144$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $\left\{\frac{7}{8}; \frac{8}{9}; \frac{9}{10}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right\}$. C. $\left\{\frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}\right\}$. D. $\{1; 2; 3\}$

Câu 33: [2H1-4] Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lồng lầy. Ngọn tháp hình tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên $SA = 600$ mét, $\widehat{ASB} = 15^\circ$. Do có sự cố đường dây điện tại điểm Q (là trung điểm của SA) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ A đến Q gồm bốn đoạn thẳng: AM , MN , NP , PQ (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ A đến Q ngắn nhất.



Tính tỷ số $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ}$.

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = \frac{4}{3}$.
C. $k = \frac{5}{3}$. D. $k = 2$.

Câu 34: [2H1-4] Cho hình chóp $SABC$, $SA = 4$, $SB = 5$, $SC = 6$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 45^\circ$, $\widehat{CSA} = 60^\circ$. Các điểm M , N , P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

- A. $\frac{128\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{35}{8}$. C. $\frac{245}{32}$. D. $\frac{35\sqrt{2}}{8}$.

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 36: [2D3-2] Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x. \text{ Tính } a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$

A. 244.

B. 247.

C. 245.

D. 246.

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -2$.

B. $S = 2$.

C. $S = -4$.

D. $S = -12$.

Câu 38: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0; -1; 2)$ và $B(1; 0; -2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a; b; c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Tính $S = a + b + c$.

A. $3 + \sqrt{2}$.

B. $5 + \sqrt{3}$.

C. 0.

D. $4 + \sqrt{3}$.

Câu 39: [2D4-3] Cho số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Tính $T = (z - 2)^2 + (4 - z)^2$.

A. 2.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 40: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

A. $m = 2$.

B. $m = -2$ hoặc $m = 2$.

C. Không có giá trị m nào.

D. $m = -2$.

Câu 41: [2D3-3] Cho n là số tự nhiên sao cho $\int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{-1}{20}$. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx$

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Câu 42: [2D1-3] Tính tổng các hoành độ của những điểm thuộc đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ cách đều hai điểm $A(12; 1)$, $B(-6; 3)$.

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

Câu 43: [2D1-2] Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 3x - 1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $yy'' + (y')^2 = 0$.

B. $yy'' + (y')^2 = 2$.

C. $yy'' + (y')^2 = 1$.

D. $yy'' + (y')^2 = 4$.

Câu 44: [2D4-4] Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $\sqrt{2}|z_1| = \sqrt{2}|z_2| = |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$.

A. $6\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.

B. $3\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

C. $6\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

D. $\frac{9}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

Câu 45: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua hai điểm $M(1; 8; 0)$, $C(0; 0; 3)$ cắt các nửa trục dương Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho OG nhỏ nhất (G là trọng tâm tam giác ABC). Biết $G(a; b; c)$, tính $P = a + b + c$.

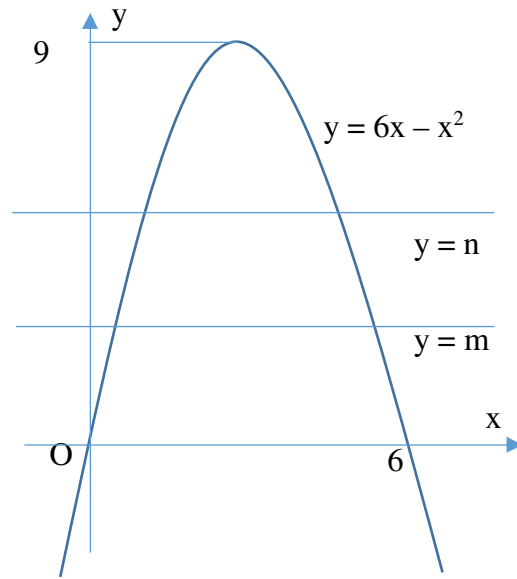
A. 12.

B. 6.

C. 7.

D. 3.

Câu 46: [2D3-4] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = 6x - x^2$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m, y = n$ chia hình (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $P = (9-m)^3 + (9-n)^3$



- A. $P = 405$. B. $P = 409$. C. $P = 407$. D. $P = 403$.

Câu 47: [2H1-4] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = BB' = a$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) , $(AB'I)$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 48: [2D2-4] Ông A vay ngân hàng T (triệu đồng) với lãi suất 12% năm. Ông A thỏa thuận với ngân hàng cách thức trả nợ như sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng. Nhưng cuối tháng thứ ba kể từ lúc vay ông A mới hoàn nợ lần thứ nhất, cuối tháng thứ tư ông A hoàn nợ lần thứ hai, cuối tháng thứ năm ông A hoàn nợ lần thứ ba (hoàn hết nợ). Biết rằng số tiền hoàn nợ lần thứ hai gấp đôi số tiền hoàn nợ lần thứ nhất và số tiền hoàn nợ lần thứ ba bằng tổng số tiền hoàn nợ của hai lần trước. Tính số tiền ông A đã hoàn nợ ngân hàng lần thứ nhất

- A. $\frac{T(1+0.01)^5}{(2.01)^2 + 2}$. B. $\frac{T(1+0.01)^5}{(1.01)^2 + 5}$. C. $\frac{T(1+0.01)^5}{6}$. D. $\frac{T(1+\frac{5}{100})}{6}$.

Câu 49: [2D4-3] Cho số phức z có $|z| = 4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

- A. 4 . B. $\frac{4}{3}$. C. 3 . D. $4\sqrt{2}$.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3(m^2 + 3m + 3)x^2 + 3(m^2 + 1)^2x + m + 2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-3; 2)$.

--- Hết ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	C	C	C	A	B	C	A	C	A	A	D	D	B	A	A	B	D	B	B	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	D	D	C	B	D	B	C	D	D	C	C	D	A	B	B	C	B	A	D	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-2] Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^2$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 - x^2 + x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

A sai vì $y = x^2$ có đồ thị là Parabol nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$

B sai vì $y = \frac{1}{x}$ là không xác định tại $x = 0$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$

C sai vì $y = x^3 - 3x \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$ có 2 nghiệm phân biệt nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 2: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{x-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy

- A. $\begin{cases} x = 3 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 + 9t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 11 - 9t \\ z = 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy $N(-1; 2; -3) \in d$ và gọi H là hình chiếu của điểm N trên (Oxy) thì $H(-1; 2; 0)$.

Thay tọa độ điểm H vào các phương án ta thấy chỉ có phương án D thỏa.

Câu 3: [2D4-1] Tìm các căn bậc hai của -12 trong tập số phức $\mathbb{C}$.

- A. $\pm 4\sqrt{3}i$. B. $\pm 2\sqrt{3}i$. C. $\pm 2\sqrt{2}i$. D. $\pm 3\sqrt{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $-12 = 12i^2 = (2\sqrt{3}i)^2$. Do đó, căn bậc 2 của -12 là $\pm 2\sqrt{3}i$.

Câu 4: [2D3-2] Xét $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây đúng

- A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$. B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. C. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$. D. $I = \int u^5 du$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$u = 4x^4 - 3 \Rightarrow du = 16x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = \frac{du}{16}$; Suy ra: $I = \int x^3 (4x^4 - 3)^5 dx = \frac{1}{16} \int u^5 du$

Câu 5: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2; w = (1+\sqrt{3}i)z+2$.

Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó

A. $R = 3$.

B. $R = 2$.

C. $R = 4$.

D. $R = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2 \Leftrightarrow w - (3 + \sqrt{3}i) = (1 + \sqrt{3}i)(z - 1)$$

$$\Rightarrow |w - (3 + \sqrt{3}i)| = |(1 + \sqrt{3}i)(z - 1)| = |1 + \sqrt{3}i| |z - 1| = 4$$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 6: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2x+3}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y = -\frac{3}{2}$.

B. $y = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{3}{2}$.

D. $y = -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{3}{2} \text{ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: } y = \frac{3}{2}.$$

Câu 7: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - y + z - 1 = 0$ cắt mặt phẳng Oxy theo giao tuyến là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn này.

A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $I(-1; 1; 0), r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi I là tâm đường tròn giao tuyến của mặt phẳng Oxy và mặt cầu (S) . Khi đó, I là hình chiếu vuông góc của tâm mặt cầu lên mặt phẳng Oxy nên $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Khi mặt phẳng Oxy cắt mặt cầu (S) có tâm M , bán kính R theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r thì ta có mối quan hệ như sau: $[d(M, Oxy)]^2 + r^2 = R^2$

$$\Rightarrow r^2 = R^2 - [d(M, Oxy)]^2 = \frac{6}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 8: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

A. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.

B. $2x - 4y - z - 12 = 0$.

C. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

D. $-2x + 4y + z + 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt phẳng có phương trình là: $(P): -2(x - 2) + 4(y + 3) + 1 \cdot (z - 4) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + z + 12 = 0$

Câu 9: [2D3-2] Cho $\int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = 0, m = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = e^x + 2 \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 3$; $x = \ln m \Rightarrow t = m + 2$

Ta có: $\int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x + 2} = \int_3^{m+2} \frac{dt}{t} = \ln |t|_3^{m+2} = \ln \frac{m+2}{3} = \ln 2$ nên $\frac{m+2}{3} = 2 \Leftrightarrow m = 4$ do $m > 0$.

Câu 10: [2D2-2] Cho $\log_{ab} a = 4$. Tính $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$.

- A. $\frac{17}{6}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{15}{2}$. D. $\frac{13}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}} = \log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \log_{ab} a^{\frac{5}{6}} - \log_{ab} \sqrt{ab} = \frac{5}{6} \log_{ab} a - \frac{1}{2} = \frac{17}{6}$.

Câu 11: [2D2-2] Cho $\log_3 (\log_2 a) = 0$. Tính a .

- A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\log_3 (\log_2 a) = 0 \Leftrightarrow \log_2 a = 1 \Leftrightarrow a = 2$

Câu 12: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 5$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-1; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$y = \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 5 \Rightarrow y' = 2x^3 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 5$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	—	0	+
y	$+\infty$	5	$+\infty$

Vậy hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 5$ đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 13: [2H2-2] Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T).

- A. $4\pi R^2$. B. πR^2 . C. $2\pi R^2$. D. $\frac{4\pi R^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thiết diện qua trục là hình vuông nên đường sinh của hình trụ là $l = 2R$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi R.2R = 4\pi R^2$.

Câu 14: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 3x + y - 3 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 3 = 0$

A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; -3; 1)$

Suy ra phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 15: [2H1-1] Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$.

A. 12.

B. 20.

C. 10.

D. 60.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V = AB.AD.AA' = 60$.

Câu 16: [2D2-1] Cho $a^{2b} = 5$. Tính $2.a^{6b}$.

A. 120.

B. 250.

C. 15.

D. 125.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $2.a^{6b} = 2(a^{2b})^3 = 2.5^3 = 250$.

Câu 17: [2H1-2] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) , $(A'BC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

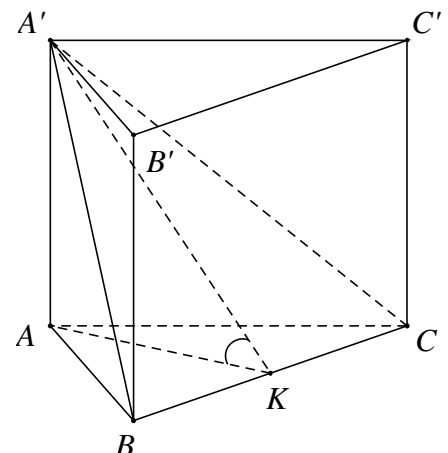
Chọn A.

Gọi K là trung điểm cạnh BC . Suy ra góc giữa mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ là $\widehat{AKA'} = 60^\circ$.

$$AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (đường trung tuyến trong tam giác đều).}$$

$$AA' = AK \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:



$$V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8} a^3.$$

Câu 18: [2D3-2] Tính tích phân $\int_1^e (x+1) \ln x dx$

- A. $\frac{e^2+5}{4}$. B. $\frac{e^2-5}{2}$. C. $\frac{e^2+5}{2}$. D. $\frac{e^2-5}{4}$.

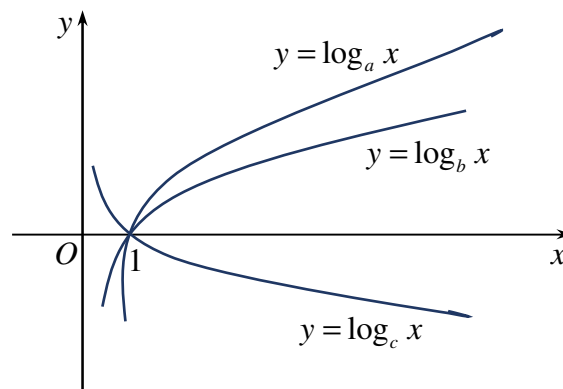
Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (x+1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} + x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \int_1^e (x+1) \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \left(\frac{x}{2} + 1 \right) dx = \frac{e^2}{2} + e - \left(\frac{x^2}{4} + x \right) \Big|_1^e = \frac{e^2+5}{4}.$$

Câu 19: [2D2-2] Từ các đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đã cho ở hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $0 < a < b < 1 < c$. B. $0 < c < 1 < a < b$. C. $0 < c < a < 1 < b$. D. $0 < c < 1 < b < a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow a, b > 1$.

Hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow 0 < c < 1$.

$$\text{Xét } x > 1: \log_a x > \log_b x \Leftrightarrow \log_a x > \frac{1}{\log_x b} \Leftrightarrow \log_a x \cdot \log_x b > 1 \Leftrightarrow \log_a b > 1 \Leftrightarrow b > a$$

Suy ra: $0 < c < 1 < a < b$

Câu 20: [2D4-1] Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Tìm số phức liên hợp với số phức $z_1 z_2$.

- A. $-14 - 5i$. B. $-10 - 5i$. C. $-10 + 5i$. D. $14 - 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z_1 z_2 = (2 - 3i)(1 + 4i) = 14 + 5i \Rightarrow \overline{z_1 z_2} = 14 - 5i.$$

Câu 21: [2D2-2] Giải bất phương trình $\log_3 (2x - 3) > 2$

A. $x > \frac{3}{2}$.

B. $x > 6$.

C. $3 < x < 6$.

D. $\frac{3}{2} < x < 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

ĐK: $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$.

$\log_3(2x - 3) > 2 \Leftrightarrow \log_3(2x - 3) > \log_3 9 \Leftrightarrow 2x - 3 > 9 \Leftrightarrow x > 6$. Kết hợp điều kiện trên ta được $x > 6$.

Câu 22: [2D2-3] Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{2\log_x \sqrt{x} - 1}$

A. 9.

B. 6.

C. 8.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^2 - 6x + 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ (x - 3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$. Ta có phương trình:

$2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{2\log_x \sqrt{x} - 1} \Leftrightarrow 2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{2\log_x x^{\frac{1}{2}} - 1} \Leftrightarrow 2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^{\frac{2}{2} - 1} \Leftrightarrow 2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 3^0 = 1$

$\Leftrightarrow 2^{\log_8(x^2 - 6x + 9)} = 2^0 \Leftrightarrow \log_8(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4$ và $x = 2$ (đều thỏa). Do đó tổng các nghiệm là $4 + 2 = 6$.

Lưu ý: Khi sử dụng Viet cho $x^2 - 6x + 8 = 0$ sẽ ra kết quả nhanh hơn, nhưng phải cẩn thận đối chiếu điều kiện để tránh nhận nhầm nghiệm.

Câu 23: [2D3-1] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x(1 - 3e^{-2x})$

A. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C$.

B. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C$.

C. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C$.

D. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\int f(x) dx = \int e^x(1 - 3e^{-2x}) dx = \int (e^x - 3e^{-x}) dx = e^x + 3e^{-x} + C$

Câu 24: [2D2-3] Phương trình $\log_5(x + 10) = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \frac{1}{5}$ có nghiệm $x = a$. Khi đó đường thẳng $y = ax + 1$

đi qua điểm nào trong các điểm sau đây ?

A. $(4; -1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-1; -14)$.

D. $(-3; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

ĐK: $x + 10 > 0 \Leftrightarrow x > -10$.

$\log_5(x + 10) = \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} \frac{1}{5} \Leftrightarrow \log_5(x + 10) = \log_{\sqrt{\frac{1}{5}}} \frac{1}{5} = 2 \Leftrightarrow x + 10 = 25 \Leftrightarrow x = 15$ (thỏa).

Khi đó đường thẳng $y = ax + 1$ chính là $y = 15x + 1$. Nhận thấy điểm có tọa độ $(-1; -14)$ thỏa $-14 = 15 \cdot (-1) + 1$ nên thuộc đường thẳng trên.

Câu 25: [2D4-4] Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=2|z|$ và $\max|z-1+2i|=a+b\sqrt{2}$. Tính $a+b$.

A. 4.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

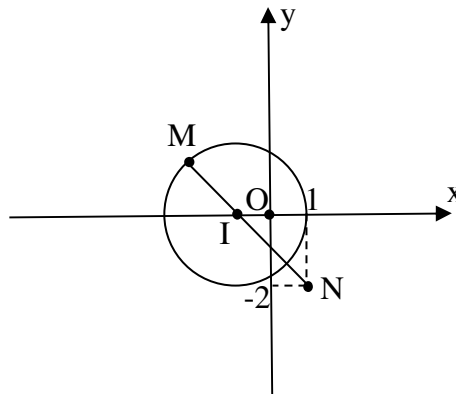
$$\text{Khi đó } |z-3|=2|z| \Leftrightarrow |(x-3)+yi|=2|x+yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+y^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2+y^2=4(x^2+y^2) \Leftrightarrow 3x^2+3y^2+6x-9=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-3=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2=2^2$$

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn z chính là đường tròn tâm $I(-1;0)$, $R=2$

Ta có $|z-1+2i|=|z-(1-2i)|=MN$, $N(1;-2)$. Dựa vào hình vẽ nhận thấy MN lớn nhất khi đi qua tâm. Khi đó $MN=NI+IM=2\sqrt{2}+R=2\sqrt{2}+2$. Suy ra $a=2$, $b=2$.

Do đó $a+b=2+2=4$.



Câu 26: [2D3-2] Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 5x \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$. Tính

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right).$$

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

B. 0.

C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f(x)=\cos 5x \cos x=\frac{1}{2}(\cos 4x+\cos 6x) \Rightarrow F(x)=\int f(x)dx=\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{12}\sin 6x+C.$$

$$\text{Theo đề bài ta có } F\left(\frac{\pi}{3}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{8}\sin\left(4.\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{12}\sin\left(6.\frac{\pi}{3}\right)+C=0 \Leftrightarrow C=-\frac{\sqrt{3}}{16}$$

$$\text{Vậy } F(x)=\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{12}\sin 6x-\frac{\sqrt{3}}{16}.$$

$$\text{Do đó : } F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{8}\sin\left(4.\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{12}\sin\left(6.\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 27: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \text{ và đường thẳng } d: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Đường thẳng } d \text{ cắt } (S)$$

tại hai điểm phân biệt A và B . Tính độ dài đoạn AB ?

- A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{29}$. D. $\frac{2\sqrt{17}}{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tọa độ các giao điểm của d và (S) là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Từ (*) ta có: $(2 - 5t)^2 + (4 + 2t)^2 + 1^2 - 2(2 - 5t) - 4(4 + 2t) + 2 - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 29t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{29} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A(2; 4; 1) \text{ hoặc } t = \frac{2}{29} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{29} \\ y = \frac{120}{29} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{48}{29}; \frac{120}{29}; 1\right)$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{10}{29}; \frac{4}{29}; 0\right) \Rightarrow AB = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

Câu 28: [2D2-1] Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{2e}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\frac{\pi}{e} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 29: [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 + 4 = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ là:

$$S = \int_0^1 \left| (x^2 + 4) - (x + 4) \right| dx = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 30: [2H1-3] Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

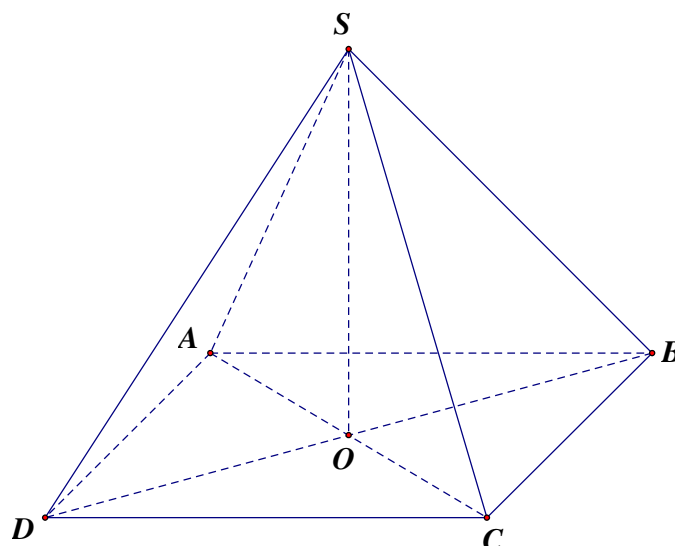
Chọn D.

Giả sử cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a .

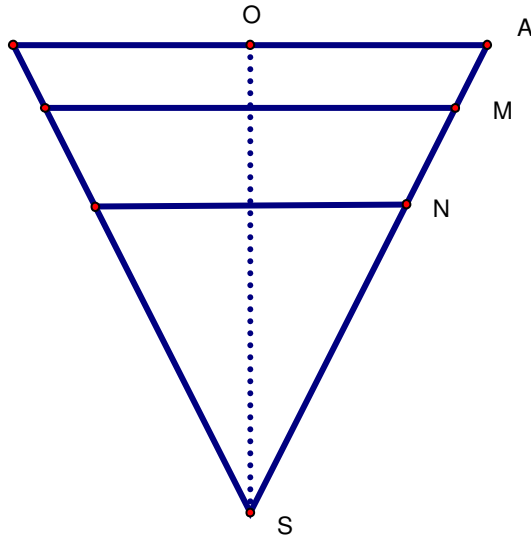
Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$.

$$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Câu 31: [2H2-4] Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA = 27$ mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S . Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN . (Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước).



- A. $27(\sqrt[3]{2}-1)m$. B. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{4}-1)m$. C. $9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2}-1)m$. D. $9\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{2}-1)m$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi V , V_1 , V_2 là thể tích của khối nón có đường sinh SA , SM , SN .

Theo đề bài ta suy ra $\begin{cases} V_1 = 2V_2 \\ V = 3V_2 \end{cases}$.

Lại có: $\frac{V}{V_1} = \frac{\frac{1}{3}\pi OA^2 SO}{\frac{1}{3}\pi O_1 M^2 SO_1} = \frac{OA^2 SO}{O_1 M^2 SO_1}$, mặt khác $\frac{OA}{O_1 M} = \frac{SO}{SO_1} = \frac{SA}{SM}$ nên

Ta có tỉ số thể tích bằng lập phương tỉ số cạnh không cần chứng minh.

$$\frac{V}{V_1} = \left(\frac{SA}{SM}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3V_2}{2V_2} = \left(\frac{27}{SM}\right)^3 \Leftrightarrow SM = 27\sqrt[3]{\frac{2}{3}}.$$

$$\text{Và } \frac{V}{V_2} = \left(\frac{SA}{SN}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3V_2}{V_2} = \left(\frac{27}{SN}\right)^3 \Leftrightarrow SN = 27\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Vậy } MN = SM - SN = 27\left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) = 9\sqrt[3]{9}(\sqrt[3]{2}-1).$$

Câu 32: [2D2-3] Cho $\log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13} (a+b+c)$. Hỏi $\log_{abc} 144$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $\left\{\frac{7}{8}; \frac{8}{9}; \frac{9}{10}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right\}$. C. $\left\{\frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}\right\}$. D. $\{1; 2; 3\}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

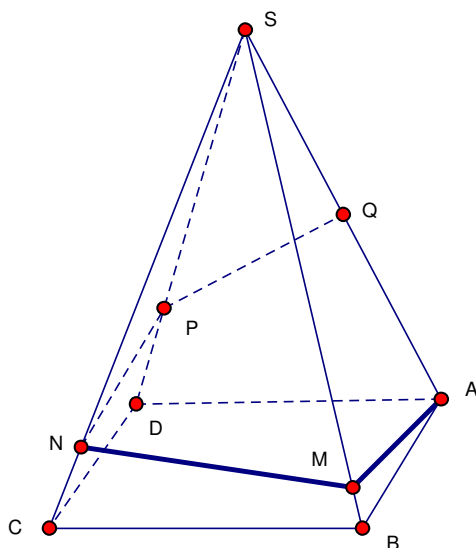
Đặt $t = \log_3 a = \log_4 b = \log_{12} c = \log_{13} (a+b+c)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3^t \\ b = 4^t \\ c = 12^t \\ a+b+c = 13^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} abc = 144^t \\ 3^t + 4^t + 12^t = 13^t \quad (1) \end{cases}$$

$$\log_{abc} 144 = \log_{144^t} 144 = \frac{1}{t} ; (1) \Leftrightarrow \left(\frac{3}{13}\right)^t + \left(\frac{4}{13}\right)^t + \left(\frac{12}{13}\right)^t = 1$$

Vế trái là hàm số nghịch biến, Vế phải là hàm hằng nên ta nhẩm được nghiệm là $t = 2$ là nghiệm. Vậy $\log_{abc} 144 = \frac{1}{2}$.

Câu 33: [2H1-4] Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lồng lầy. Ngọn tháp hình tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên $SA = 600$ mét, $\widehat{ASB} = 15^\circ$. Do có sự cố đường dây điện tại điểm Q (là trung điểm của SA) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ A đến Q gồm bốn đoạn thẳng: AM , MN , NP , PQ (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ A đến Q ngắn nhất. Tính tỷ số $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ}$.



A. $k = \frac{3}{2}$.

B. $k = \frac{4}{3}$.

C. $k = \frac{5}{3}$.

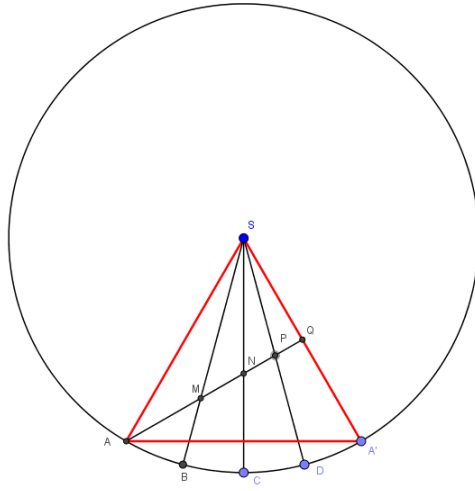
D. $k = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử trải các mặt hình chóp đều trên đường tròn tâm S và bán kính $R = SA$. Ta có $\Delta SAA'$ có $\widehat{ASA'} = 15^\circ \cdot 4 = 60^\circ \Rightarrow \Delta SAA'$ đều.

Mà đoạn đường AQ ngắn nhất khi A, M, N, P, Q thẳng hàng. Khi đó N là trọng tâm $\Delta SAA'$. Suy ra $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ} = \frac{AN}{NQ} = 2$.



Câu 34: [2H1-4] Cho hình chóp $SABC$, $SA = 4$, $SB = 5$, $SC = 6$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 45^\circ$, $\widehat{CSA} = 60^\circ$. Các điểm M , N , P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

A. $\frac{128\sqrt{2}}{3}$.

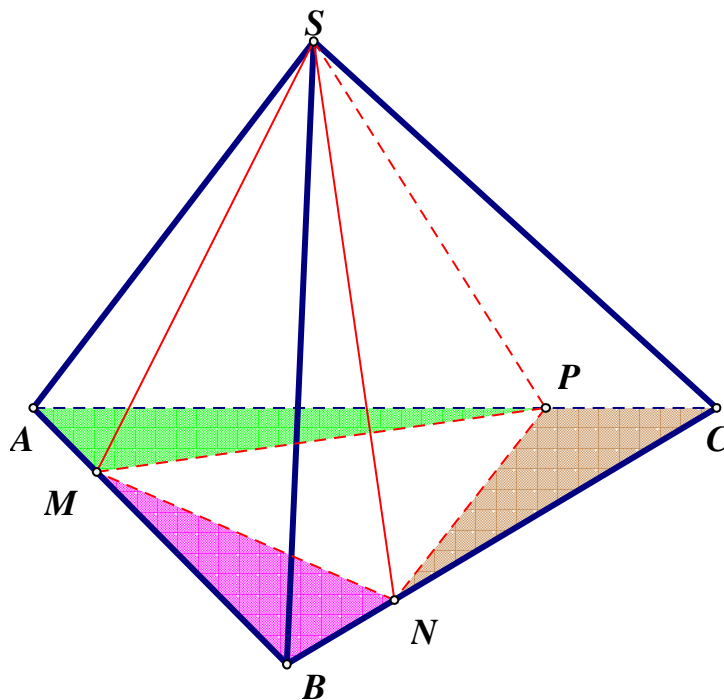
B. $\frac{35}{8}$.

C. $\frac{245}{32}$.

D. $\frac{35\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\checkmark V_{S.ABC} = \frac{1}{6} . abc \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \varphi + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \varphi}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{4.5.6}{6} \sqrt{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 2. \frac{1}{2}. \frac{1}{2}} = 10.$$

$$S_{\Delta MNP} = S - S_{\Delta AMP} - S_{\Delta MBN} - S_{\Delta NCP} = S - S \cdot \left(\frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} \right) = \frac{7}{16} S, S = S_{\Delta ABC}$$

Mà $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{7}{16} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{35}{8}.$

Chú ý: $\frac{S_{\Delta AMP}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AM \cdot AP \cdot \sin(\widehat{MAP})}{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin(\widehat{BAC})} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

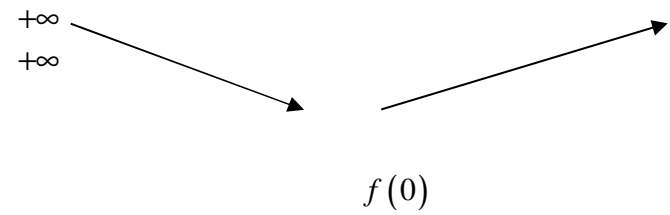
D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				

Suy ra hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 36: [2D3-2] Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

A. 244.

B. 247.

C. 245.

D. 246.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $(2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x = f(x) = F'(x) = [ax^3 + (3a+b)x^2 + (2b+c)x + c+d]e^x$
 $\Rightarrow a=2; b=3; c=-8; d=13 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 246.$

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-2$.

B. $S=2$.

C. $S=-4$.

D. $S=-12$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$A(3;2;1) \in (P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow 3a+2b+c-27=0(1)$

$$B(-3;5;2) \in (P): ax+by+cz-27=0 \Rightarrow -3a+5b+2c-27=0(2)$$

$$(P): ax+by+cz-27=0 \text{ vuông góc với mặt phẳng } (Q): 3x+y+z+4=0.$$

$$\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 3a+b+c=0(3)$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 3a+2b+c-27=0(1) \\ -3a+5b+2c-27=0(2) \\ 3a+b+c=0(3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=27 \\ c=-45 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-12.$$

Câu 38: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0;-1;2)$ và $B(1;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a;b;c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x-y-2z-6=0$. Tính $S=a+b+c$.

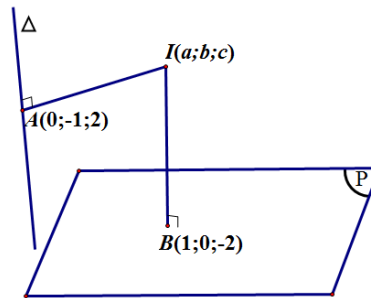
A. $3+\sqrt{2}$.

B. $5+\sqrt{3}$.

C. 0.

D. $4+\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

$$\text{Ta có } \Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1} \Rightarrow \vec{a} = (4;1;-1)$$

$$(P): 2x-y-2z-6=0 \Rightarrow \vec{n} = (2;-1;-2)$$

Gọi d là đường thẳng đi qua $B(1;0;-2)$ và vuông góc với $mp(P)$, phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-t \\ z=-2-2t \end{cases}$$

$$\text{Vì } B \text{ là hình chiếu của } I \text{ trên } (P) \text{ nên } I \in d \Rightarrow I(1+2t;-t;-2-2t)$$

$$\Rightarrow \vec{AI} = (1+2t;1-t;-4-2t)$$

Vì A là hình chiếu của I trên Δ nên

$$\Rightarrow \vec{AI} \perp \vec{a} \Rightarrow \vec{AI} \cdot \vec{a} = 0 \Rightarrow 4(1+2t)+1-t-(-4-2t)=0 \Rightarrow t=-1$$

$$\text{Do đó } I(1+2t;-t;-2-2t) = (-1;1;0) \Rightarrow a=-1;b=1;c=0$$

$$\text{Vậy } a+b+c=0.$$

Câu 39: [2D4-3] Cho số phức $z=x+yi; x,y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3=18+26i$. Tính $T=(z-2)^2+(4-z)^2$.

A. 2.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có:

$$z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow x^3 + 3x^2yi - 3xy^2 - y^3i = 18 + 26i \Leftrightarrow x^3 - 3xy^2 + (3x^2y - y^3)i = 18 + 26i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xt^2x^2 = 18 \\ 3x^2tx - t^3x^3 = 26 \end{cases} (y = tx, t \in \mathbb{Q}) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3(1 - 3t^2) = 18 \\ x^3(3t - t^3) = 26 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1 - 3t^2}{3t - t^3} = \frac{9}{13} \\ x^3(1 - 3t^2) = 18 \end{cases}$$

($x = 0; y = 0$ không là nghiệm)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1 - 3t^2}{3t - t^3} = \frac{9}{13} \\ x^3(1 - 3t^2) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9t^2 - 39t^2 - 27t + 13 = 0 \\ x^3(1 - 3t^2) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9t^2 - 39t^2 - 27t + 13 = 0 \\ x^3(1 - 3t^2) = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ x = 3 \text{ (do } x; y \in \mathbb{Z}) \Rightarrow z = 3 + i \Rightarrow T = (1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 = 0. \\ y = 1 \end{cases}$$

Câu 40: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

A. $m = 2$.

B. $m = -2$ hoặc $m = 2$.

C. Không có giá trị m nào.

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$$

Hàm số có 3 cực trị khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a.b < 0 \Leftrightarrow m < 0$

$$\text{Khi đó, } y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm\sqrt{-m}$$

$$\text{Tọa độ 3 điểm cực trị là } A(0; 4), B(\sqrt{-m}; -m^2 + 4), C(-\sqrt{-m}; -m^2 + 4)$$

$$\text{Ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ } \Leftrightarrow -m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Kết hợp điều kiện ta được $m = -2$.

Câu 41: [2D3-3] Cho n là số tự nhiên sao cho $\int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{-1}{20}$. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx$

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\frac{-1}{20} = \int_0^1 (x^2 - 1)^n x dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 t^n dt = \frac{1}{2} \left(\frac{t^{n+1}}{n+1} \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)} \Leftrightarrow n = 9 \text{ (} n \in \mathbb{N} \text{)}. \quad (1)$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx = \int_0^1 t^n dt = \left(\frac{t^{n+1}}{n+1} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{10}.$

Câu 42: [2D1-3] Tính tổng các hoành độ của những điểm thuộc đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$ cách đều hai điểm $A(12;1), B(-6;3).$

A. 2.

B. 0.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường trung trực đoạn AB là $x + 9y - 21 = 0$

Gọi $M(x; y) \in (C)$ thỏa mãn $MA = MB$

M là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đồ thị (C) . Hoành độ các điểm M là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = \frac{21-x}{9} \Leftrightarrow 9x^3 - 27x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 43: [2D1-2] Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 3x - 1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $yy'' + (y')^2 = 0.$

B. $yy'' + (y')^2 = 2.$

C. $yy'' + (y')^2 = 1.$

D. $yy'' + (y')^2 = 4.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y = \sqrt{2x^2 - 3x - 1} \Rightarrow y' = \frac{4x - 3}{2\sqrt{2x^2 - 3x - 1}} \Leftrightarrow 2y \cdot y' = 4x - 3 \Leftrightarrow 2(y')^2 + 2yy'' = 4 \Leftrightarrow (y')^2 + yy'' = 2$$

Câu 44: [2D4-4] Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $\sqrt{2}|z_1| = \sqrt{2}|z_2| = |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$.

A. $6\sqrt{2 + \sqrt{2}}.$

B. $3\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$

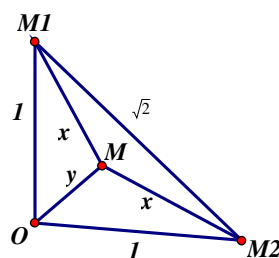
C. $6\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$

D. $\frac{9}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\begin{cases} |z_1| = 6 \Rightarrow \left| \frac{z_1}{6} \right| = 1 \Rightarrow OM_1 = 1 \\ |z_2| = 6 \Rightarrow \left| \frac{z_2}{6} \right| = 1 \Rightarrow OM_2 = 1 \\ |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{z_1 - z_2}{6} \right| = \sqrt{2} \Rightarrow M_1M_2 = \sqrt{2} \end{cases}$$



$$\frac{P}{6} = OM + MM_1 + MM_2 \text{ nhỏ nhất khi } M \text{ là điểm Fermat.}$$

Khi đó $\widehat{M_1MM_2} = \widehat{M_1MO} = \widehat{OMM_2} = 120^\circ$ và $MM_1 = MM_2$ (vì tam giác M_1OM_2 vuông cân tại O).

Ta có:

$$2 = x^2 + x^2 - 2.x.x.\cos 120^\circ \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}; 1 = x^2 + y^2 - 2.x.y.\cos 120^\circ \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } \left(\frac{P}{6}\right)_{\min} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{6} + \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \Rightarrow P_{\min} = 3(\sqrt{2} + \sqrt{6}) = 6\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$$

Câu 45: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua hai điểm $M(1;8;0)$, $C(0;0;3)$ cắt các nửa trục dương Ox , Oy lần lượt tại A , B sao cho OG nhỏ nhất (G là trọng tâm tam giác ABC). Biết $G(a;b;c)$, tính $P = a + b + c$.

A. 12.

B. 6.

C. 7.

D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$ mà $C(0;0;3)$ nên $G\left(\frac{m}{3}; \frac{n}{3}; 1\right)$ và

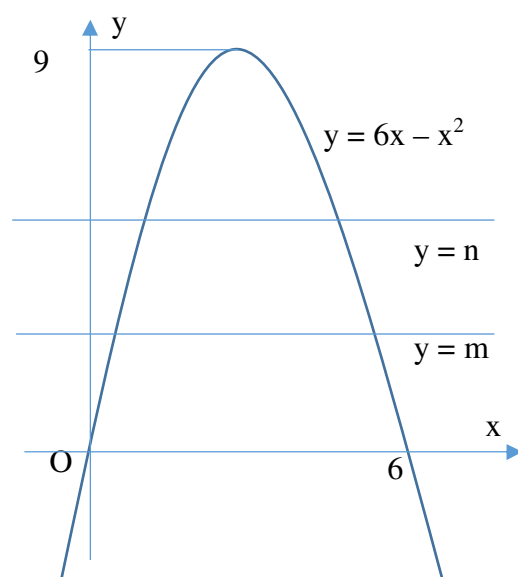
$$(P): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{3} = 1. (P) \text{ qua hai điểm } M(1;8;0) \text{ nên } \frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1$$

$$\text{Ta có } 1 = \frac{1}{m} + \frac{8}{n} = \frac{1}{m} + \frac{16}{2n} \geq \frac{(1+4)^2}{m+2n} \Rightarrow m+2n \geq 25.$$

$$\text{Suy ra } 25 \leq m+2n \leq \sqrt{5(m^2+n^2)} \Leftrightarrow m^2+n^2 \geq 125 \Rightarrow OG^2 \geq \frac{134}{9}.$$

$$\text{Dấu bằng khi } \begin{cases} \frac{1}{m} + \frac{8}{n} = 1 \\ \frac{m}{1} = \frac{n}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=10 \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}; 1\right).$$

Câu 46: [2D3-4] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = 6x - x^2$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m, y = n$ chia hình (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $P = (9-m)^3 + (9-n)^3$



A. $P = 405$.

B. $P = 409$.

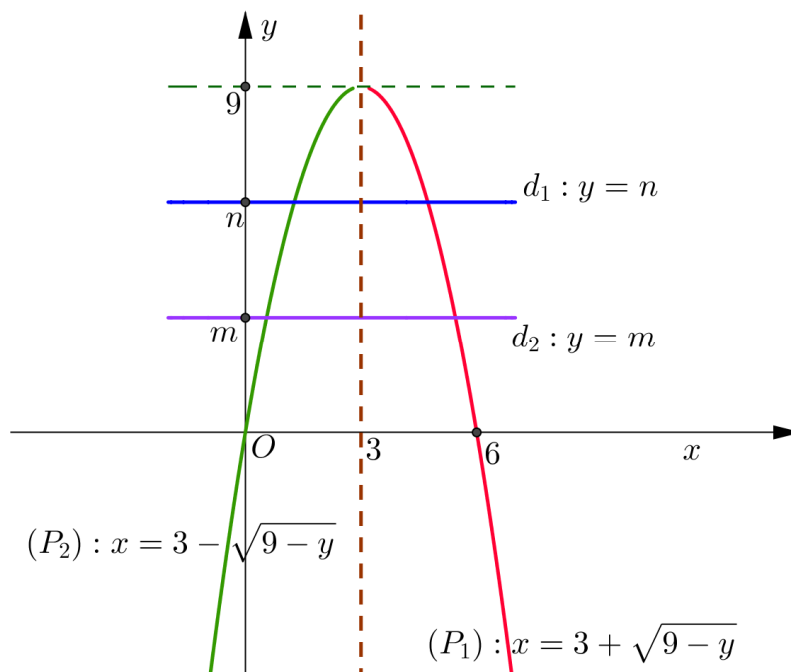
C. $P = 407$.

D. $P = 403$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.**Cách 1:** (Dùng công thức diện tích theo biến y)

$$+ \text{Gọi } (H): \begin{cases} (P): y = 6x - x^2 \\ Ox: y = 0 \\ x = 0, x = 6 \end{cases} . \text{ Suy ra: } S = S_H = \int_0^6 (6x - x^2) dx = 36$$



$$\text{Ta có: } y = 6x - x^2 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 9 - y \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{9 - y} & (P_1) \\ x = 3 - \sqrt{9 - y} & (P_2) \end{cases}$$

$$+ \text{Gọi } (H_1): \begin{cases} (P_1): x = 3 + \sqrt{9 - y} \\ (P_2): x = 3 - \sqrt{9 - y} \\ y = n, y = 9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } S_1 = S_{H_1} = \int_n^9 (3 + \sqrt{9 - y} - 3 + \sqrt{9 - y}) dy = 2 \int_n^9 \sqrt{9 - y} dy = \frac{4}{3} (\sqrt{9 - n})^3$$

$$\text{Mà } S_1 = \frac{S}{3} = 12 \text{ nên } \frac{4}{3} (\sqrt{9 - n})^3 = 12 \Leftrightarrow (9 - n)^3 = 81$$

$$+ \text{Gọi } (H_2): \begin{cases} (P_1): x = 3 + \sqrt{9 - y} \\ (P_2): x = 3 - \sqrt{9 - y} \\ y = m, y = 9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } S_2 = S_{H_2} = 2 \int_m^9 \sqrt{9 - y} dy = \frac{4}{3} (\sqrt{9 - m})^3$$

Mà $S_2 = \frac{2S}{3} = 24$ nên $\frac{4}{3}(\sqrt{9-n})^3 = 24 \Leftrightarrow (9-n)^3 = 324$

Vậy $P = 81 + 324 = 405$.

Cách 2: (Dùng công thức diện tích theo biến x)

Từ điều kiện bài toán ta có : $0 < m, n < 9$.

Xét các phương trình hoành độ giao điểm : $6x - x^2 = 0$

$$6x - x^2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{9-m} \\ x = 3 + \sqrt{9-m} \end{cases} \text{ và } 6x - x^2 = n \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{9-n} \\ x = 3 + \sqrt{9-n} \end{cases}$$

$$\text{Gọi } D \begin{cases} y = 6x - x^2 \\ Ox \\ x = 0; x = 6 \end{cases}; D_M \begin{cases} y = 6x - x^2 \\ y = m \\ x = 3 - \sqrt{9-m}; x = 3 + \sqrt{9-m} \end{cases}; D_N \begin{cases} y = 6x - x^2 \\ y = n \\ x = 3 - \sqrt{9-n}; x = 3 + \sqrt{9-n} \end{cases}$$

Khi đó ta có :

$$S_D = \int_0^6 (6x - x^2) dx = 36.$$

$$S_{D_M} = \int_{3-\sqrt{9-m}}^{3+\sqrt{9-m}} (6x - x^2 - m) dx = \int_{3-\sqrt{9-m}}^{3+\sqrt{9-m}} ((9-m) - (x-3)^2) dx = \left((9-m)x - \frac{(x-3)^3}{3} \right) \Big|_{3-\sqrt{9-m}}^{3+\sqrt{9-m}}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot (\sqrt{9-m})^3$$

Chứng minh tương tự ta có : $S_{D_N} = \frac{4}{3} \cdot (\sqrt{9-n})^3$

Theo bài ra ta có : $S_{D_M} = \frac{2}{3} \cdot 36 = 24$ và $S_{D_N} = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$

Do đó $(9-m)^3 = 324$ và $(9-n)^3 = 81$.

Vậy $P = 324 + 81 = 405$.

Câu 47: [2H1-4] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = BB' = a$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi I là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) , $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

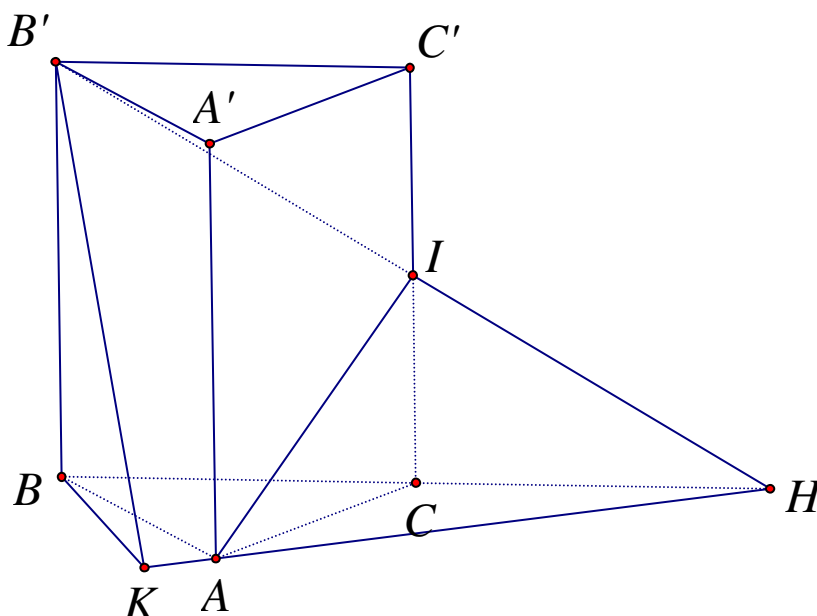
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{5}}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi $B'I \cap BC = \{H\}$.

Hạ BK vuông góc với AH . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng $(ABC), (AB'I)$ là góc $\widehat{BKB'}$.

Khi đó $BC = a\sqrt{3}$ nên $B'C' = a\sqrt{3}$. Ta có $\frac{B'C'}{CH} = \frac{C'I}{CI} = 1$ do đó $CH = a\sqrt{3}$.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 30^\circ$.

Do đó $AH^2 = BA^2 + BH^2 - 2.BA.BH.\cos 30^\circ \Rightarrow AH^2 = 7a^2 \Rightarrow BK = \frac{2.S_{\triangle BAH}}{AH}$

Hay $BK = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2\sqrt{3} \cdot a}{a\sqrt{7}} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Khi đó : $\cos \widehat{BKH} = \frac{BK}{B'K} = \frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 48: [2D2-4] Ông A vay ngân hàng T(triệu đồng) với lãi suất 12% năm. Ông A thỏa thuận với ngân hàng cách thức trả nợ như sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng. Nhưng cuối tháng thứ ba kể từ lúc vay ông A mới hoàn nợ lần thứ nhất, cuối tháng thứ tư ông A hoàn nợ lần thứ hai, cuối tháng thứ năm ông A hoàn nợ lần thứ ba (hoàn hết nợ). Biết rằng số tiền hoàn nợ lần thứ hai gấp đôi số tiền hoàn nợ lần thứ nhất và số tiền hoàn nợ lần thứ ba bằng tổng số tiền hoàn nợ của hai lần trước. Tính số tiền ông A đã hoàn nợ ngân hàng lần thứ nhất

- A. $\frac{T(1+0.01)^5}{(2.01)^2 + 2}$. B. $\frac{T(1+0.01)^5}{(1.01)^2 + 5}$. C. $\frac{T(1+0.01)^5}{6}$. D. $\frac{T(1+\frac{5}{100})}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số tiền nợ của ông A sau hai tháng vay là : $A_2 = T.(1+1\%)^2 = T.(1,01)^2$.

Số tiền nợ của ông A sau 3 tháng vay là : $A_3 = A_2.(1,01) - m$

Số tiền nợ của ông A sau 4 tháng vay là : $A_4 = A_3.(1,01) - 2m$

Số tiền nợ của ông A sau 5 tháng vay là : $A_5 = A_4.(1,01) - 3m$

Theo giả thiết bài toán ta có : $A_5 = 0 \Leftrightarrow ((A_2 \cdot 1,01 - m) \cdot 1,01 - 2m) \cdot 1,01 - 3m = 0$

$$\Leftrightarrow A_2 \cdot 1,01^3 - m \cdot (1,01^2 + 2 \cdot 1,01 + 3) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{A_2 \cdot 1,01^3}{(1,01^2 + 2 \cdot 1,01 + 1) + 2} \Leftrightarrow m = \frac{T \cdot 1,01^5}{(2,01)^2 + 2}.$$

Câu 49: [2D4-3] Cho số phức z có $|z| = 4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. 4.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 3.

D. $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có : $w - 3i = \bar{z} \Rightarrow |w - 3i| = |\bar{z}|$. Do đó : $|w - 3i| = 4$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức w là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3(m^2 + 3m + 3)x^2 + 3(m^2 + 1)^2x + m + 2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có : $y' = 3x^2 - 3(m^2 + 3m + 3)x + 3(m^2 + 1)^2$

Khi đó : $\Delta' = 9(m^2 + 3m + 3)^2 - 9(m^2 + 1)^2 = 9(3m + 2) \cdot (2m^2 + 3m + 4)$

TH1 : Nếu $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{2}{3}$. Khi đó ta có $a = 3 > 0$ nên $y' \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty)$.

TH2: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$. Khi đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .

Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (x_1; x_2)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì $[1; +\infty) \subset (x_2; +\infty)$.

$$\text{Ta có : } x_1 < x_2 \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ (x_1 - 1) \cdot (x_2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Xét } \frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 3 < 1 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1 \text{ (vô lý vì } m > -\frac{2}{3} \text{)}$$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì $m \leq -\frac{2}{3}$.

Chú ý: Sau khi giải trường hợp 1, ta được $m \leq -\frac{2}{3}$. Do bài toán yêu cầu là tập các giá trị của tham số m là tập con của tập nào là ta có thể chọn được đáp án A.