

CHUYÊN ĐỀ: KHAI THÁC CÔNG THỨC TÍNH KHOẢNG CÁCH

TỪ CHÂN ĐƯỜNG VUÔNG GÓC CỦA HÌNH CHÓP ĐẾN MẶT BÊN

Người viết: Trần Mạnh Tường

THPT Chu Văn An – Thanh Hoá

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM:

Nếu hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ thì

$$\frac{1}{d^2(A; (SBC))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{d^2(A; BC)} \text{ hay } d(A; (SBC)) = \frac{SA \cdot d(A; BC)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; BC)}}$$

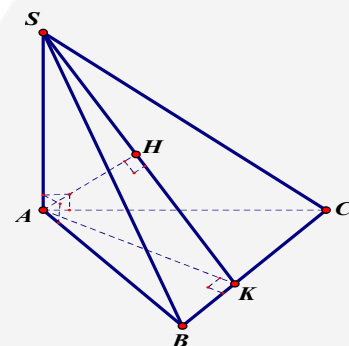
Chứng minh:

Trong tam giác ABC , dựng đường cao AK

Trong tam giác SAK , dựng đường cao AH

Khi đó

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AK \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp AH \\ \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$$



Trong tam giác vuông SAK có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2(A; (SBC))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{d^2(A; BC)}$$

Đặc biệt: Nếu hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp AC$ (A là đỉnh của tam diện

vuông) thì $\frac{1}{d^2(A; (SBC))} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Bình luận:

- +) Sử dụng công thức khoảng cách phía trên giúp chúng ta không phải suy nghĩ dựng hình chiếu của điểm lên mặt phẳng.
- +) Khi gặp một bài toán tính khoảng cách mà xuất hiện chân đường vuông góc thì ta sẽ xử lý để đưa về bài toán tính khoảng cách từ chân đường vuông góc đó tới mặt phẳng cần tính.

II. VÍ DỤ MINH HOẠ:

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$

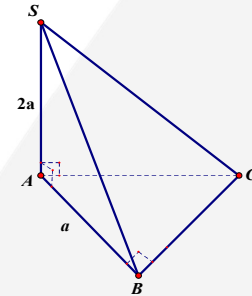
D. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned} d(A; (SBC)) &= \frac{SA \cdot d(A; BC)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; BC)}} \\ &= \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$



Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$

B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

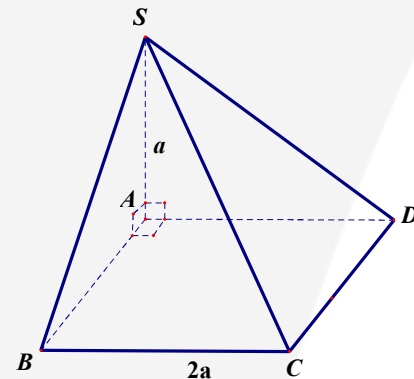
Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm A , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ B đến (SCD) thành khoảng cách từ A đến (SCD)

Ta thấy

$$\begin{aligned} d(B; (SCD)) &= d(A; (SCD)) = \frac{SA \cdot d(A; CD)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; CD)}} \\ &= \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$



Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$,
 $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

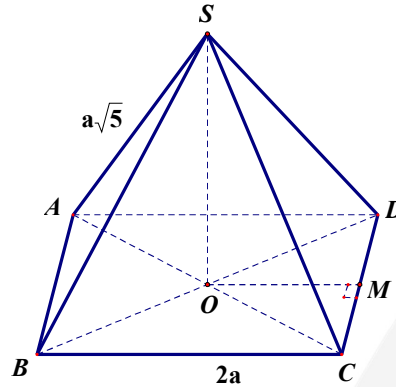
B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Nhận xét:

Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm O , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ B đến (SCD) thành khoảng cách từ O đến (SCD)

Gọi $O = AC \cap BD$.

Do $SA = SB = SC = SD$

nên các tam giác SAC, SBD cân tại $S \Rightarrow \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Ta có $d(B; (SCD)) = 2d(O; (SCD))$

$$\begin{aligned} \text{Và } d(O; (SCD)) &= \frac{SO \cdot d(O; CD)}{\sqrt{SO^2 + d^2(O; CD)}} = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} \\ &= \frac{\sqrt{SA^2 - AO^2} \cdot OM}{\sqrt{SA^2 - AO^2 + OM^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = a\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d(B; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = 2a\sqrt{3}$$

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với (ABC) . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

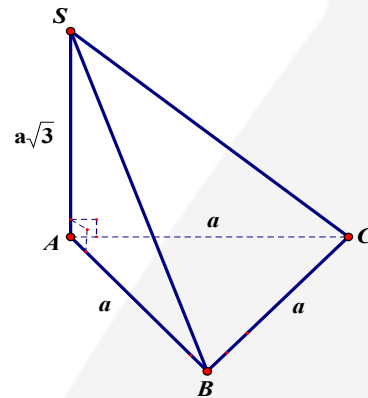
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. a .

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} d(A; (SBC)) &= \frac{SA \cdot d(A; BC)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; BC)}} \\ &= \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{15}}{5} \end{aligned}$$



Ví dụ 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , khi đó khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

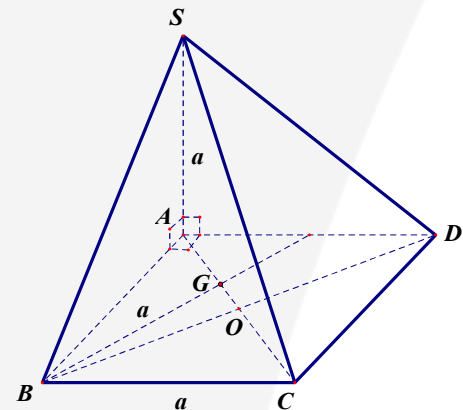
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm A , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ G đến (SBC) thành khoảng cách từ A đến (SBC)

$$\begin{aligned} d(G; (SBC)) &= \frac{2}{3} d(A; (SBC)) \\ \text{Ta có} \quad &= \frac{2}{3} \frac{SA \cdot d(A; BC)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; BC)}} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$



KÊNH TRUYỀN HÌNH
GIÁO DỤC QUỐC GIA

Ví dụ 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng?

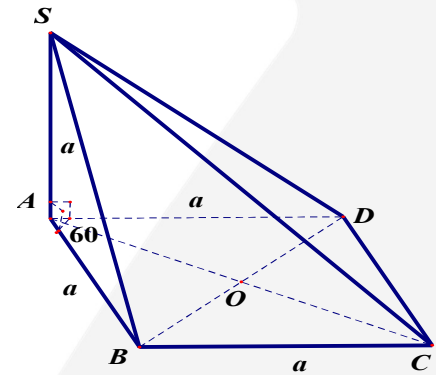
- A. $\frac{\sqrt{21a}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{15a}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21a}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{15a}}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm A , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ B đến (SCD) thành khoảng cách từ A đến (SCD)

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } d\left(B; (SCD)\right) &= d\left(A; (SCD)\right) = \frac{SA \cdot d\left(A; CD\right)}{\sqrt{SA^2 + d^2\left(A; CD\right)}} \\ &= \frac{SA \cdot d\left(B; CD\right)}{\sqrt{SA^2 + d^2\left(B; CD\right)}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}. \end{aligned}$$



Ví dụ 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

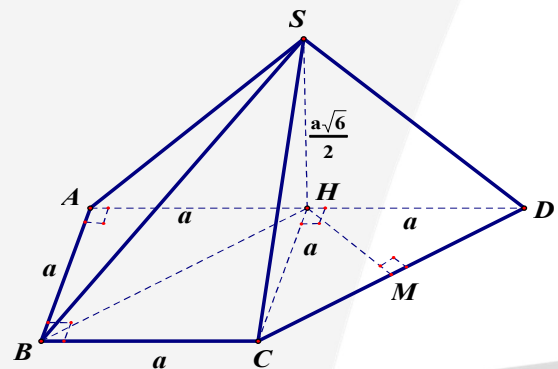
- A.** $d = \frac{\sqrt{6}a}{8}$ **B.** $d = a$ **C.** $d = \frac{\sqrt{6}a}{4}$ **D.** $d = \frac{\sqrt{15}a}{5}$

Lời giải.

Chọn C

Nhận xét: Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm H , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ B đến (SCD) thành khoảng cách từ H đến (SCD)

$$\begin{aligned} \text{Ta có } d\left(B; \left(SCD\right)\right) &= d\left(H; \left(SCD\right)\right) \\ &= \frac{SH.d\left(H; CD\right)}{\sqrt{SH^2+d^2\left(H; CD\right)}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{6a^2}{4} + \frac{2a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$



Ví dụ 8: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và

$\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$. Biết góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}a$.

B. $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$.

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}a$.

D. $\frac{2\sqrt{51}}{5}a$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

+) Trong bài toán chưa có chân đường vuông góc, nên ta cần tìm và chứng minh được rằng chân đường vuông góc đó chính là trọng tâm H của tam giác đáy.

+) Chân đường vuông góc trong bài toán là điểm H , nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ B đến (SAC) thành khoảng cách từ H đến (SAC)

Gọi I là trung điểm của SA .

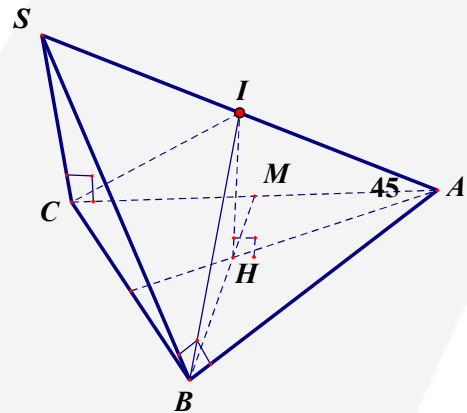
Tam giác SAB và SAC là các tam giác vuông tại $B, C \Rightarrow IS = IA = IB = IC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$

Gọi H là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow IH \perp (ABC)$

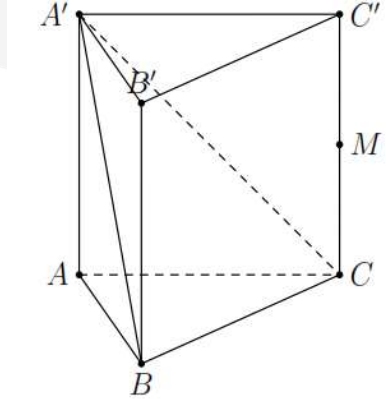
Ta có

$$d(B; (SAC)) = 3.d(H; (SAC)) = 3 \cdot \frac{HI \cdot HM}{\sqrt{HI^2 + HM^2}}$$

$$= 3 \cdot \frac{HA \cdot HM}{\sqrt{HA^2 + HM^2}} = 3 \cdot \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$



Ví dụ 9: (Mã 102-2020 Lần 1) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

D. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét:

Nhận thấy điểm A cùng với A' , B, C tạo thành 1 hình chóp có A là chân đường vuông góc nên ta cần sử dụng tỉ lệ về khoảng cách để chuyển khoảng cách từ M đến $(A'BC)$ thành khoảng cách từ A đến $(A'BC)$

Ta có :

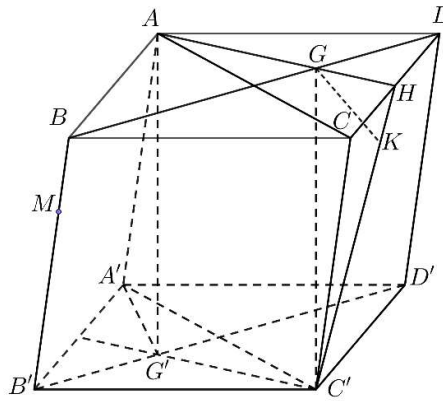
$$\begin{aligned} d(M; (A'BC)) &= \frac{1}{2} d(C'; (A'BC)) = d(A; (A'BC)) \\ &= \frac{AA' \cdot d(A; BC)}{\sqrt{AA'^2 + d^2(A; BC)}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{57}}{19} \end{aligned}$$

Ví dụ 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Gọi M là một điểm di động trên cạnh BB' . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(CDD'C')$ là

- A. $\frac{\sqrt{165}a}{30}$. B. $\frac{2\sqrt{165}a}{15}$. C. $\frac{\sqrt{165}a}{15}$. D. $\frac{\sqrt{165}a}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ADC và $A'B'C'$.

Từ giả thiết suy ra: $AG' \perp (A'B'C'D')$ và $C'G \perp (ABCD)$.

Do đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên các tam giác $A'B'C'$ và ADC là các tam giác đều.

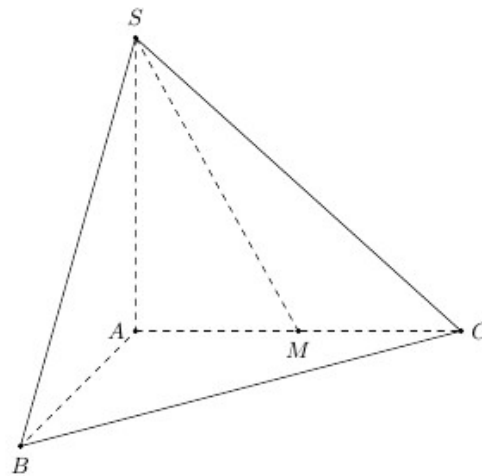
Ta có $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$

$$\Rightarrow d(M, (CDD'C')) = d(A, (CDD'C')) = 3d(G, (CDD'C')) = 3 \frac{GC' \cdot GH}{\sqrt{GC'^2 + GH^2}} \quad (*)$$

$$\text{với } GH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; C'G = AG' = \sqrt{AA'^2 - A'G'^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Thay vào } (*), \text{ ta có } d(M, (CDD'C')) = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$$

Ví dụ 11: (Đề tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (hình minh họa). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

Đây là dạng toán về tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau, ta vận dụng ý tưởng đưa về tính khoảng cách từ một điểm trên một đường thẳng đến mặt phẳng chứa đường thẳng đó và song song với đường thẳng còn lại.

Gọi N là trung điểm của AC , ta có: $MN \parallel BC$ nên ta được $BC \parallel (SMN)$.

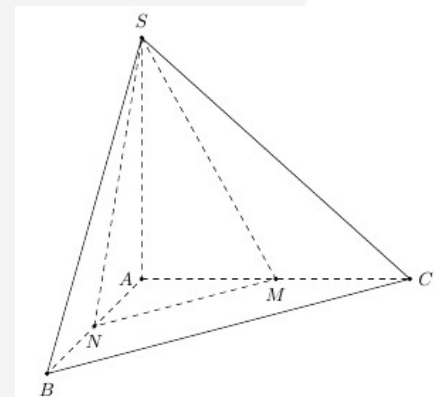
Do đó

$$d(BC, SM) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)).$$

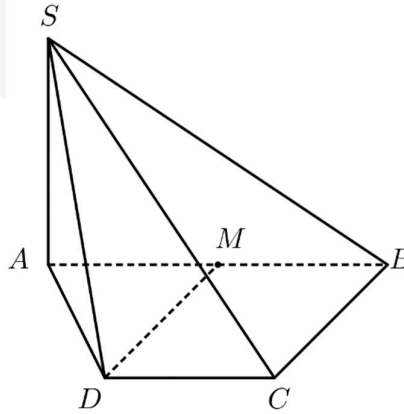
Tứ diện $A.SMN$ vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow h = \frac{2a}{3}.$$

Vậy $d(BC, SM) = \frac{2a}{3}$.



Ví dụ 12: (Đề Minh Hoạ 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải

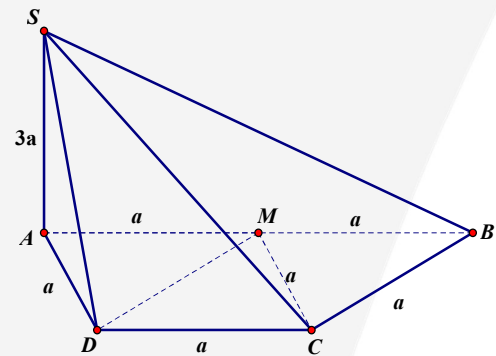
Chọn A

Nhận xét:

Đây là dạng toán về tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau, ta vận dụng ý tưởng đưa về tính khoảng cách từ một điểm trên một đường thẳng đến mặt phẳng chứa đường thẳng đó và song song với đường thẳng còn lại.

Ta có :

$$\begin{aligned} d(DM, SB) &= d(DM, (SBC)) \\ &= d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) \\ &= \frac{1}{2} \frac{SA \cdot d(A; BC)}{\sqrt{SA^2 + d^2(A; BC)}} = \frac{1}{2} \frac{SA \cdot 2d(M; BC)}{\sqrt{SA^2 + 4d^2(M; BC)}} \\ &= \frac{3a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{9a^2 + 3a^2}} = \frac{3a}{4} \end{aligned}$$



Ví dụ 13: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a\sqrt{3}$.

Biết BC' hợp với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao

cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB' và $A'C'$. Khoảng cách giữa

MN và AC' là:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$

D. $\frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $(MNP) // (ABC')$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d(MN; AC') &= d(MN; (ABC')) = d(M; (ABC')) \\ &= \frac{1}{2} d(C; (ABC')) = \frac{1}{2} \cdot \frac{CC' \cdot CA}{\sqrt{CC'^2 + CA^2}} \quad (*) \end{aligned}$$

+) Ta có: $(BC', (AA'C'C)) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$

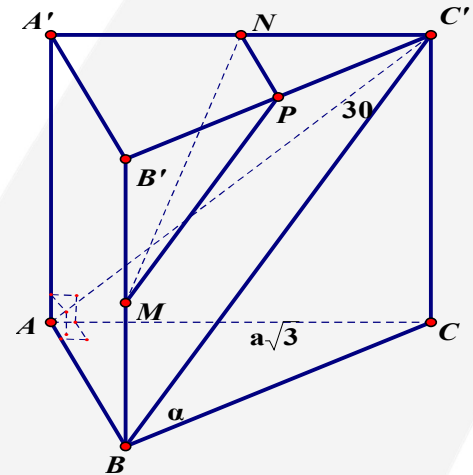
+) Mặt khác $(BC', (ABC)) = \widehat{C'BC} = \alpha$

+) Gọi $AB = x \Rightarrow BC = \sqrt{3a^2 + x^2}$
 $\Rightarrow CC' = BC \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{3(3a^2 + x^2)}{5}}$

$\Rightarrow AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = \sqrt{3}x$

+) Mặt khác ta có: $AC^2 + CC'^2 = AC'^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2} \Rightarrow CC' = a\sqrt{3}; AB = a\sqrt{2}$

Thay vào (*), ta có: $d(MN; (ABC')) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$



Ví dụ 14: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = a$, $\widehat{SAB} = 30^\circ$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$, $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Tính khoảng cách d giữa 2 đường thẳng AB và SD ?

A. $\frac{4a\sqrt{11}}{11}$.

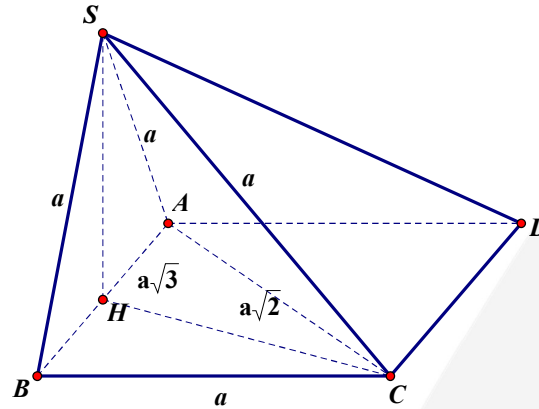
B. $\frac{a\sqrt{22}}{22}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $\frac{2a\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

Chọn C



Do $SB = SC = a$ và $\widehat{SBC} = 60^\circ$ nên $\triangle SBC$ đều, do đó $BC = a$.

Lại có $SA = SC = a$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$ nên $\triangle SAC$ vuông cân tại S , suy ra $AC = a\sqrt{2}$.

$SA = SB = a$ và $\widehat{SAB} = 30^\circ$ nên $AB = 2.SA.\cos 30^\circ = a\sqrt{3}$.

Do đó $AB^2 = BC^2 + AC^2$, suy ra $\triangle ABC$ vuông tại C .

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó, H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Vì $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Lại có } CH = \frac{1}{2}AB \text{ nên } SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

Ta có

$$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD)) = \frac{SH.d(H; CD)}{\sqrt{SH^2 + d^2(H; CD)}} = \frac{SH.d(C; AB)}{\sqrt{SH^2 + d^2(C; AB)}} \quad (*)$$

$$\text{Trong đó } d(C; AB) = \frac{CA.CB}{\sqrt{CA^2 + CB^2}} = \frac{a\sqrt{2}.a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } d(AB, SD) = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$. B. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$. C. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$. D. $d = \frac{a\sqrt{43}}{12}$.

Bài 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

A. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Bài 3: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC , d_1 khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) , d_2 khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) . Khi đó $d_1 + d_2$ có giá trị bằng

A. $\frac{8\sqrt{2}a}{11}$. B. $\frac{8\sqrt{2}a}{33}$. C. $\frac{8\sqrt{22}a}{33}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a}{11}$.

Bài 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AC = a$, I là trung điểm SC . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm H của BC . Mặt phẳng (SAB) tạo với (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}a}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB = 2a$. Tam giác SAB vuông tại S , mặt phẳng (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Biết góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng φ , với $\sin \varphi = \frac{1}{3}$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) theo a .

A. $\frac{2a}{3}$. B. a . C. $2a$. D. $\frac{a}{3}$.

Bài 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AO . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $\frac{a\sqrt{560}}{112}$. B. $\frac{a\sqrt{560}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{560}}{43}$. D. $\frac{a\sqrt{560}}{28}$.

Bài 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$; $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Gọi N là trung điểm SA . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SC và DN , biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Bài 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với O . Biết tam giác $AA'C$ vuông cân tại A' . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Bài 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AC . Biết hình chiếu vuông góc của S lên $mp(ABC)$ là điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MN}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM theo a .

- A. $\frac{\sqrt{17}a}{68}$. B. $\frac{\sqrt{17}a}{51}$. C. $\frac{\sqrt{17}a}{34}$. D. $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$.

Bài 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1	Bài 2	Bài 3	Bài 4	Bài 5	Bài 6	Bài 7	Bài 8	Bài 9	Bài 10
C	D	C	A	A	D	A	D	D	D